Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

LISTOPAD 2013

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Suma liczby odwrotnej do liczby $-4\frac{3}{5}$ i liczby przeciwnej do liczby $\frac{18}{23}$ jest równa:

A. -1 **B.** 0 **C.** $-\frac{21}{23}$ **D.** 1

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Wartość wyrażenia $\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5}$ jest równa:

A. -1 **B.** $\log_3 3\sqrt{5}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Suma przedziałów $(-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

A. $|x+1| > 10$ **B.** $|x+2| > 9$ **C.** $|x-2| > 11$ **D.** $|x+1| < 10$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Niech $k = 2 - 3\sqrt{2}$, zaś $m = 1 - \sqrt{2}$. Wówczas wartość wyrażenia $k^2 - 12m$ jest równa:

A. $21 + 12\sqrt{2}$ **B.** $21 - 12\sqrt{2}$ **C.** 10 **D.** 34

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Liczba a stanowi 40% liczby b. Wówczas:

A. $b = 0{,}4a$ **B.** $b = 0{,}6a$ **C.** $b = 2{,}5a$ **D.** $b = 0{,}25a$

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x+3}{x^3 + 4x}$ jest zbiór:

A. $R \setminus \{-4, 0\}$ **B.** $R \setminus \{0\}$ **C.** R **D.** $R \setminus \{-2, 0, 2\}$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Proste o równaniach $-3y - mx + 12 = 0$ oraz $y = 6x - 12$ są prostopadłe dla m równego:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** -18 **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

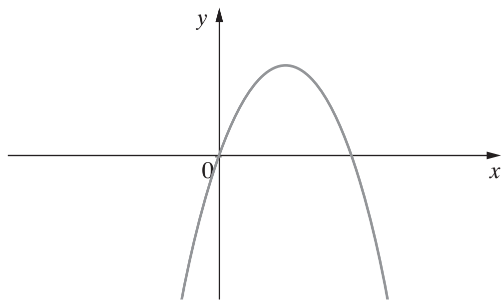
Zadanie 8. (*1 pkt*)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ jest przedział:

A. $\left(-\infty, 24\frac{1}{2}\right\rangle$ **B.** $\left\langle -24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ **C.** $\left\langle 24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ **D.** $\left\langle -25\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

Na wykresie przedstawiony jest trójmian $y = ax^2 + bx + c$.



Wynika z tego, że:
A. $b < 0$ **B.** $b > 0$ **C.** $b \leq 0$ **D.** $b \geq 0$

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Wielomian $W(x)$ jest stopnia czwartego. Pierwiastkiem dwukrotnym tego wielomianu jest liczba -1. Po rozłożeniu na czynniki wielomian ten może być postaci:

A. $-2(x-1)^2(x^2+1)$ **B.** $(x+1)^2(x-4)$

C. $-(x+1)^2(x^2+3)$ **D.** $(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0$ wynosi:

A. 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Dana jest funkcja $h(x) = \left(-\frac{1}{3}m + 2\right)x + \frac{3}{2}m - 1$. Funkcja ta dla argumentu 0 przyjmuje wartość 5. Wówczas:

A. $m = \quad 9$ **B.** $m = \quad 6$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = 2$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Ciąg (b_n) określony jest wzorem $b_n = (-1)^{2n+3}(n+1)$. Suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. -5 **B.** -1 **C.** 1 **D.** 5

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (*1 pkt*)

W ciągu arytmetycznym piąty wyraz jest równy 8, zaś siódmy wyraz tego ciągu jest równy 14. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

A. 21 **B.** 23 **C.** 24 **D.** 3

Zadanie 15. (*1 pkt*)

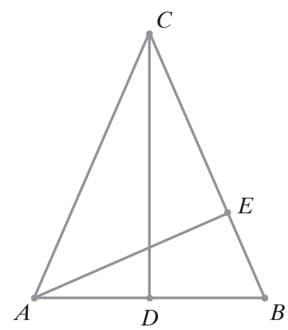
Pan Nowak wpłacił do banku k zł na procent składany. Oprocentowanie w tym banku wynosi 4% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co pół roku. Po 6 latach oszczędzania Pan Nowak zgromadzi na koncie kwotę:

A. $k(1+0{,}02)^{12}$ zł **B.** $k(1+0{,}04)^{12}$ zł

C. $k(1+0{,}02)^{6}$ zł **D.** $k(1+0{,}4)^{6}$ zł

Zadanie 16. (*1 pkt*)

W trójkącie równoramiennym ABC (rys.) o wysokościach CD i AE podstawa AB ma długość 8 cm, a odcinek BE ma długość 3 cm. Długość odcinka AC jest równa:

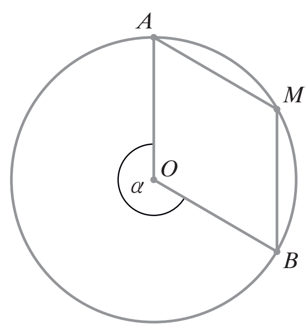


A. 6 cm **B.** $\frac{32}{3}$ cm

C. $\frac{28}{3}$ cm **D.** $\frac{33}{2}$ cm

Zadanie 17. (*1 pkt*)

W czworokącie $OBMA$ kąty wewnętrzne AOB i AMB mają równe miary (rys.).



Wówczas kąt α ma miarę:

A. 160° **B.** 120° **C.** 240° **D.** 210°

Zadanie 18. (*1 pkt*)

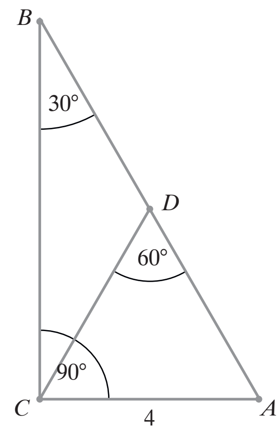
W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych jest równa 7, zaś długość przeciwprostokątnej jest równa 8. Zatem tangens mniejszego kąta ostrego w tym trójkącie jest równy:

A. $\frac{15}{7}$ **B.** $\frac{8}{15}$ **C.** $\frac{\sqrt{15}}{7}$ **D.** $\frac{7\sqrt{15}}{15}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Długość odcinka BD w trójkącie prostokątnym ABC (rys.) jest równa:



A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

B. 4

C. $4\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{2}$

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny jest równe $\frac{16}{3}\pi$. Obwód tego trójkąta jest równy:

A. $12\sqrt{3}$ **B.** 24 **C.** 12 **D.** 36

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Długość okręgu opisanego równaniem $x^2-4x+y^2-4=0$ jest równa:

A. $4\sqrt{2}\pi$ **B.** 4π **C.** $2\sqrt{2}\pi$ **D.** $8\sqrt{2}\pi$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

Punkty $A=(-2,4)$ i $C=(-6,2)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Zatem promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

A. 10 **B.** 2 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{10}$

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,6,8,12,14,15\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę, której dzielnikiem jest liczba 3, wynosi:

A. $\frac{5}{9}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 24. (*1 pkt*)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym objętość jest równa 32, zaś krawędź podstawy jest równa 4. Wysokość tego ostrosłupa jest równa:

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** 2 **D.** 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 25. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Rozwiąż nierówność: $-2x^2 + 3x < 4$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + 3x^2 - (k+2)x - 6$. Wyznacz wartość k, wiedząc, że liczba -2 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Wykaż, że trapez, w którym przekątne dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy, jest równoramienny.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Maszt telekomunikacyjny rzuca cień, który jest 2 razy krótszy niż wysokość masztu. Oblicz cosinus kąta, pod jakim padają promienie słoneczne.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość ich środków jest równa 8 cm. Gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość ich środków byłaby równa 2 cm. Oblicz długości promieni tych okręgów.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (*2 pkt*)

Dany jest trójkąt ABC, gdzie $A=(-3,-2)$, $B=(1,-1)$, $C=(-1,4)$. Wyznacz równanie symetralnej boku AC tego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (*4 pkt*)

Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (*5 pkt*)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (*5 pkt*)

Ojciec i syn zbierają w sadzie jabłka do skrzynek, które wkładają do samochodu dostawczego. Pracując jednocześnie, mogą załadować cały samochód w ciągu 6 godzin. Gdyby ojciec pracował sam, to załadowałby cały samochód w czasie o 5 godzin krótszym niż czas, w którym samodzielnie zrobiłby to syn. Oblicz, w jakim czasie ojciec załadowałby cały samochód, gdyby pracował sam.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)